Nachname:... Matr.Nr.: 575 .. ..

Geben Sie alle reellen Berechnungsergebnisse mit einer Genauigkeit von **4 Nachkommastellen** an. Schreiben Sie den vollständigen Lösungsweg auf, kennzeichnen Sie Nebenrechnungen. Schreiben Sie leserlich, gut strukturiert und im mathematischen Sinne korrekt, um Punktabzüge zu vermeiden. **Schreiben Sie die Lösung jeder Aufgabe auf eine eigene Seite, und nummerieren und sortieren Sie die Seiten entsprechend der Aufgabennummer.**

Punkteverteilung: 100% = 140 Pkt

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	Σ
5	**7**	**6**	**13**	**6**	**5**	**21**	**11**	**6**	**6**	**12**	**23**	**10**	**8**	**21**	**160**
0	–	0	7	2	–	0	–	–	–	–	–	–	–	0	9

(1) Formen Sie den Term so um, dass der Nenner rational wird, und vereinfachen Sie den resultierenden Term soweit wie möglich

$$\frac{5x^2}{2\sqrt{3} - 4x\sqrt{7}}$$

(2) Ermitteln Sie die $x \in \mathfrak{R}$, die für den folgenden Logarithmus reelle Werte liefern:

$$\ln\left(\frac{x+2}{-x+4} + 3\right)$$

(3) Prüfen Sie nach, ob die drei Punkte $P_1=(1; -3; 4)$, P_2 $(3; 5; 6)$ und P_3 $(5; 13; 8)$ in einer Geraden liegen.

(4) Zeigen Sie anhand der Determinante, dass das folgende Gleichungssystem reguläre Lösungen besitzt. Berechnen Sie die Determinante mit der Methode der Unterdeterminanten. Lösen Sie das Gleichungssystem entweder mit Hilfe des Gauß'schen Eliminationsverfahrens oder mittels Anwendung des Verfahrens von Cramer.

$$\begin{aligned} 3u - 4w - 2v &= 4 \\ 6v - 2u - 4w - 5 &= 0 \\ 2v - 2w &= -1 \end{aligned}$$

(5) Bestimmen Sie die Nullstellen folgender Polynomfunktion, und geben Sie die Funktionsgleichung in der Produktdarstellung an (Linearfaktorzerlegung): $y = f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 8$

(6) Eine echt gebrochen-rationale Funktion $y = f(x)$ mit quadratischer Nennerfunktion besitzt in $x_{N1} = 3$ eine Nullstelle. Die Funktion besitzt die zwei Polstellen $x_{P1} = -2$ und $x_{P2} = 2$ und hat bei y=12 den Ordinatendurchgang. Wie lautet die Funktionsgleichung in der (ausmultiplizierten) Normalform?

(7) Bestimmen Sie den Ordinatendurchgang, die Nullstellen, Polstellen (mit oder ohne Vorzeichenwechsel?) sowie die Funktionsgleichung der Asymptote im Unendlichen folgender gebrochen-rationaler Funktion. Ermitteln Sie den Schnittpunkt der Asymptote mit dem Funktionsgraphen, oder zeigen Sie, dass es keinen Schnittpunkt gibt. Skizzieren Sie die Graphen der Funktion und der Asymptote.

$$y = f(x) = -\frac{(x-2)^2}{x+2}$$

(8) Bestimmen Sie sämtliche Lösungen der trigonometrischen Gleichung im Intervall

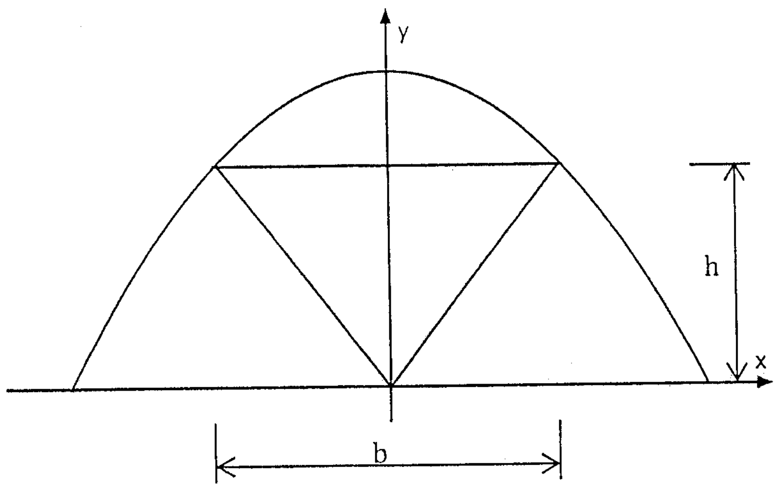
$$I = [-\pi, 2\pi]: \qquad 2 \cdot (1 - \sin^2(x)) - 3\cos(x) = 1$$

(9) Für welche $x \in \mathfrak{R}$ ist folgende Gleichung erfüllt: $(e^{2x} - 4)\ln(2x) = 0$

(10) Ermitteln Sie die erste Ableitung, und fassen Sie das Ergebnis so weit wie möglich zusammen.

$$y = f(x) = \ln\left(\frac{\sqrt{3x^3 + 2x^2 - 4x}}{\sqrt{3x}}\right)$$

(11) Der Parabel $y = f(x) = -\frac{1}{5}x^2 + 5$ soll ein gleichschenkliges Dreieck, mit der Spitze nach unten, wie in der Skizze dargestellt einbeschrieben werden. Wie müssen die Abmessungen gewählt werden, damit die Dreiecksfläche maximal wird. Wie groß ist diese Fläche?



(12) Berechnen Sie folgende unbestimmte bzw. bestimmte Integrale:

(a) $\int_1^2 (3 - 2x) \cdot e^x dx$ mittels partieller Integration (5 Punkte)

(b) $\int \frac{4x^2 + 3x - 12}{(x + 2)^2(x - 5)} dx$ mittels Partialbruchzerlegung (10 Punkte)

(c) $\int \frac{3x^5}{x^2 - 2} dx$ mittels Substitution (8 Punkte)

(13) Bestimmen Sie per Integralrechnung das Volumen V_y des Körpers, der durch Drehung des Flächenstücks zwischen den Parabeln $y_1 = f(x) = \frac{1}{6}x^2 - 9$ und $y_2 = f(x) = -2x^2$ um die y-Achse entsteht. Machen Sie eine erläuternde Skizze!

(14) Berechnen Sie näherungsweise mit der Simpson-Formel auf vier Nachkommastellen genau für n=3 Doppelstreifen (7 Stützstellen)

$$\int_0^{\pi/2} e^{\cos(x)} dx$$

(15) Bestimmen Sie für die Funktion $y = f(x) = (x - 2)(x^2 - 4x - 12)$

(a) den Flächeninhalt im Intervall [-2; 8], den die Funktion mit der x-Achse einschließt.

(b) den Flächenschwerpunkt im Intervall [2; 6], den die Funktion mit der x-Achse einschließt.